

数学的思考力を育む指導の在り方

—知識・技能，見方・考え方を活用させる授業を通して—

数学科 長嶋 裕子 齊藤 雄輔 田中 真也

1 はじめに

最近の教育課程実施状況調査や国際的な学力調査（TIMSS, PISA）において，基礎的な計算技能の定着についての低下傾向は見られなかったが，計算の意味を理解することなどに課題が見られたことや，身に付けた知識・技能を実生活や学習等で活用することが十分にできていない状況が浮き彫りとなった。これらの事実を筆頭にして，数学的に表現する力が不足していることや，数学を学ぶことの意義や有用性の認識が低いことなどが，数学教育を進めるにあたって大きな課題となっている。そして，それらをふまえての今後の数学教育における努力点が，旧学習指導要領改訂の議論において中心となってきたのは周知の事実であろう。

また，平成20年4月に行われた全国学力・学習状況調査の結果については，数学B（数量や図形などについての基礎的・基本的な知識・技能を活用することができるかどうかをみる問題）の15設問のうち，7問の正答率が5割を切り，中には正答率が2割を切る問題もあったという現状がある。さらにそのうちの数学的な説明を求められた4つの問題については，1つの問題の無回答率が5割強，残りの問題も無回答率が約3割という結果であった。平成19年に行われた調査についても同様の結果が出ており，こうした結果を受けて各学校において授業改善に努めていると思われるが，にわかに良い結果が出るといった状況にはなさそうである。

次に，本校生徒の実態について述べたい。まず，全国学力・学習状況調査の結果についてだが，19年度，20年度において，数学A・Bともに全国平均より高い正答率で解答できている。しかし，全国的な傾向と同様に，数学Bの特に数学的見方・考え方を問う設問について，正答率が低下し，無回答率も多いという傾向が見られた。数学Aより数学Bの方が低いという傾向については，ある程度は仕方がないことかもしれないが，既習の知識・技能，見方・考え方を日常場面へ活用できていないという状況を改善するための手だてを講じなければならないことが，我々の責務であることは間違いないだろう。次に，授業についてだが，本校数学科では，平成16年度からコミュニケーション活動を通して，平成19年度からは活用型学習活動（詳細は後述）を通して数学的思考力を育てる研究，実践を継続して行ってきた。生徒は日々の授業においても，コミュニケーション活動を自然に行いながら，身に付けた知識・技能，見方・考え方を活用し，新しい問題を解決しようと前向きに取り組んでいる。それらの取り組みの成果もあって，生徒は自分の考えを相手に分かりやすく伝えることや，式や図に正しく表現することについて，少しずつ力を伸ばしてきている。

昨年度，授業における指導改善の方針の一つとして，活用型学習活動を通して生徒の数学的思考力を育成していくことを研究テーマに据え，1年間様々な理論研究・実践を積み重ねてきた。上述の通り，それらの取り組みの方向性は正しいと言えるかもしれないが，今後も継続して指導を行い，さらにより良い授業づくりを目指していきたいと考えている。

2 これまでの研究の概要

(1) 数学の活用に関する調査の実施について

まず、身に付けた知識や技能を活用して新たな問題を解決しようとする意欲について、次の調査を、2009年2月に本校の第3学年の生徒157名(男子78名、女子79名)を対象に実施した。

数学の活用に関する調査

年 組 氏 名

- ① これはテストではありません。学校の成績には、まったく関係ありませんので、あなたの思ったとおりに答えてください。
次の各項目について、自分に最もあてはまると思う記号を選んでください。また、文で書くところは、できるだけ具体的にわかりやすく書いてください。

① 数学は好きですか。次のア～オの中から、最もあてはまるものを選んでください。

ア 非常に好き
イ まあまあ好き
ウ 普通
エ どちらかと言うと好きではない
オ 好きではない

② 数学は、将来、日常生活に役立つと思いますか。次のア～エの中から、最もあてはまるものを選んでください。

ア 非常に役立つと思う
イ 時々役立つと思う
ウ 役に立つことはあってもめったにないと思う
エ 全く役に立たないと思う

③ 数学は、どんなところで役に立っていると思いますか。役に立っていると思うところを具体的に書いて下さい。

- ④ 今、品物には5%の消費税がかかっています。ある文房具屋の店長は、今度、税金の制度が変わって、消費税が5%から8%に突増になるという話を聞きました。そこで、あらかじめ8%に値上げすることにしました。ところが、値上げしたために、さっぱり売れなくなっていました。そこで、3%値下げしてもとの値段にしようと思い、計算したところ、もとの値段より安くなってしまいました。なぜでしょうか。その理由を書いてください。

- ⑤ 明日の体育の授業で、陸上競技を行うことになりました。体育係の雄輔さんは、校庭のトラックに幅1mのセパレートコースをつくり、内側から第1、2、3コースとすることにした。しかし、それぞれのコースにおいて1周を走る距離を等しくするためには、スタート地点をずらさなければならず、その場にいたあなたに相談を持ちかけました。

あなたは、雄輔さんに対し、スタート地点についてどんなアドバイスをしますか。そのアドバイスの根拠となる考え方も答えなさい。

理由

- ⑥ 円を弦で分けて、いくつの部分に分けられるかを調べようと思います。

たとえば、円を1本の弦で分けると、下の図1のように2個の部分に分けられます。

図1



また、2本の弦で分けると、下の図2のように3個の部分に分けられる場合と、図3のように4個の部分に分けられる場合の2通りあります。

図2



図3



【問題】 円を7本の弦で分けることにします。このとき、円を最大何個の部分に分けられますか。また、そう考えた理由も書いてください。

調べた結果 7本の弦で分けるとき、円は最大 個の部分に分けられます。

途中の考えや調べた内容

この調査結果から次の2つの問題点が浮き彫りとなった。1つ目としては、数学が日常生活や将来役に立つとは考えていない生徒が多いということである。

2つ目としては、日常場面における具体的な問題を数学で学んだ知識・技能、見方・考え方を活用して解決しようとする生徒、さらには、実際に活用して解決できる生徒はそれほど多くないということである。この調査結果をもとに、次に

述べる「活用させる授業」について研究を行うこととなった。

今後、2010年2月に本校の第3学年において、再度、調査を実施する予定である。前回の結果と比較・考察することや、生徒の変容を見とることで、最終年度の研究の評価につなげたいと考えている。

3 今年度の研究の概要

(1) 本校数学科の考える「活用」について

ア 「活用」についての考え方

まず、生徒が既習の知識・技能、見方・考え方をどの場面へ活用していくのかということについては、①数学の他の問題場面への活用、②日常場面への活用、③他教科への活用の大きく三つに分類することにした。

次に「活用」のとらえ方について述べる。「活用」とは、問題を解決する際に、それまでに蓄積してきた学習内容の中から、場面に応じて自ら取捨選択したり、または組み合わせたりして問題を解決することと定義する。活用する学習内容は、既習の知識・技能であるが、そこには当然のことながら、見方・考え方も含まれている。既習の見方・考え方を活用して新たな問題を解決したり、既習の学習内容をより確かなものにするということが普段の授業において大切であると考えからである。そして、教師側が生徒に何を活用させたいかを明確にした授業を「活用させる授業」と呼ぶことにする。また、数学科における「活用させる授業」において生徒が取り組む活動を、本校共同研究における「活用型学習活動」ととらえることとする。

イ 「活用させる授業」をつくるための手だて

次に、本校数学科が考えている「活用させる授業」をつくるための手だてをここで整理しておく。

第一に、教師側が活用させたい知識・技能、見方・考え方を明確にすることである。これは当然のことであると思われるが、特に見方・考え方を活用させるには、教師側が様々な見方・考え方について熟知し、どの見方・考え方をどのように活用させるのかを十分に考慮しながら授業展開していく必要があることを忘れてはならない。

第二に、同一単元だけではなく、別な単元あるいは違った領域においても活用させることを教師側が意識することである。この場合、活用させる内容がその授業の目標に直接には関連せず、後に学習する別の単元や領域において活かされることもあるが、そうした指導を繰り返すことで、広い視野を持って活用する力を育むことができると考えている。そのためには、今の学習が過去のどの学習につながっているのか、また今の学習がこのあとどこにつながっていくのか、常に系統性を意識しながら授業の計画を立てる必要がある。

第三に、授業において、課題解決の場面だけでなく、課題設定（提示）や課題発展の場面においても活用させることを教師側が意識することである。課題解決の場面で既習の知識・技能、見方・考え方を活用させることは、日頃より工夫がなされているのではないだろうか。ただし、課題解決の場面は、その授業の目標に直接つながることが多いので、常に広い視野を持って活用させるのにも限界があるだろう。そこで、それ以外の場面にも目を向けて活用させていくことを考えたい。まず、課題設定（提示）の場面では、解決の糸口がつかみやすいように数理的に処理させることや、より多くの視点から課題を設定させるようにする。次に、課題発展の場面においては、数値や条件を変えるだけでなく、別の学習内容に関連づけて課題を発展させるようにする。日常場面における問題を数学の場面に置き換え、数学の問題として解決し、現実の場面に照らして解釈させるという一連の指導の機会を、問題解決型授業において増やしていくのである。

ウ 「活用させる授業」を行う際の手だて

ここでは、実際に授業を行う際の手だてを述べる。これらは、本校共同研究から出された三つの留意点「自己の学習状況の認知」、「言葉の適切な使用」、「対人意識」に基づき、考えたものである。

(7) 「自己の学習状況の認知」について

生徒に自己の学習状況を正しく認知させることが思考・判断を促すことにつながると考えた。多くの授業では、課題解決のための活動として、第一段階として個別による解決を行い、その後、第二段階として任意小集団による解決を行っている。そこで、それぞれの段階において、次のような手だてを取り入れた。まず、第一段階の個別による解決の際には、ただ単に個別解決させるのではなく、生徒の解決の様相を見とり、それらの様相に合わせて、適宜、発問や投げかけをすることで、解決のための思考を整理していくというものである。「解決のために既習のどのような知識・技能、見方・考え方を使うのか」、「それらを使う際に留意すべき点は何か」を想起させるように授業を展開していく。個別解決の途中に、こうした生徒とのやりとりを取り入れ、解決のための思考を整理した上で、再度、個別解決に取り組ませる。そうすることで、生徒がただ漠然と解決に取り組むのではなく、自分が何が分かって何が分からないかを意識しながら思考できると考えた。そして、次の段階の任意小集団による解決を、お互いの疑問や考え等を確認したい、明らかにしたいという強い目的意識を持った活動にすることができると考えたものである。

次に、第二段階の任意小集団による解決の際の手だてとしては、教師側から数学の内容に関わる観点を与えた上で、話し合わせることにした。観点を明確にして話し合い活動を行わせることで、より焦点化した話し合いをすることができ、効果的な学習活動を行うことができると考えた。さらに、自分一人で解決できなかった生徒に対しては、自分がつまづいている点に気づいたり、解決する糸口を見つけたりすることができると考えた。具体的な例としては、第3学年の星形五角形を用いた黄金比の授業（詳細は実践事例にて紹介する）において、「BIの長さを導くために引いた補助線を確認し合うこと」、「立式するまでの考え方を確認し合うこと」である。こうすることで、補助線と式の関連性に目を向けさせることができた。こうした活動を繰り返していくことで、いずれ、教師が観点を明確にしなくても、生徒自身が焦点化した話し合いを行い、よりよい学習集団となっていくことにつなげたいと考えたものである。

(1) 「言葉の適切な使用」について

生徒に思考の過程を順序よく整理したり、何を活用したのか意識させたりすることで、知識の確実な習得だけでなく、思考・判断・表現力等の育成にもつながると考えた。そのための手だてとして、自分の考えた過程を言葉でワークシートに書かせることで、自分がどのように考えたのかを振り返らせることにした。また、個別解決後、ワークシートを生徒同士で交換し、お互いの考えたことやそれらの表現についてコメントを書かせることを取り入れた。コメントを書きあうことで相手の考えた過程やまとめ方の良さについて、より深く考えることができると考えた。具体的な例としては、第1学年のマッチ棒の並べかえの授業（詳細は実践事例にて紹介する）を参照されたい。考えを明確に伝えるためにはわかりやすい表現が必要であるが、数学の場合はそれが必ずしも言葉とは限らない。図・表・式を上手に利用しながら、それらを補足する言葉を適切に使用できるかが鍵となる

のである。こうした活動を繰り返すことで、より分かりやすい数学的な表現を生徒自身に考えさせるきっかけとしたいと考えたものである。

(ウ)「対人意識」について

自分の考えが相手にきちんと伝わるように意識しながら自分の考えや解決過程を書かせることで、そのことを通して今までの思考の過程を順序良く整理したり、これまで以上に何を活用したのかを意識したりすることができると考えた。また、任意小集団による話し合い活動をさせる際には、数学の内容に関わる観点の他に、話し合いの方法に関わる観点を与えることとした。例えば、「相手の状況に応じて話し方を工夫すること」などである。それは、相手によっては、少し前の学習を想起させるような説明をしたり、抽象度の高い場面を具体の数などに置き換えて詳しく説明をしたりすることが必要な場合がある。その一方で、できるだけ相手自身に気づかせたり、思考を促したりするきっかけとなるような、最小限度の視点やキーワードのようなものを判断して伝えることが相手の思考を促す場合もある。こうした活動を繰り返すことで、相手の状況を踏まえて、それに応じた話し合いをできるようにさせたいと考えている。そして、これらの積み重ねが、話を聞く側にとって有益な話し合いになるだけでなく、説明する側の生徒自身の思考・判断・表現力の育成にもつながると考えたものである。

エ「活用させる授業」を通して育てていきたい力

「活用させる授業」を行うことで、数学的思考力の育成につなげていくために、本校数学科では「多様な見方・考え方を導く過程において、問題場面に応じて既習の知識・技能、見方・考え方を自ら取捨選択しながら活用することができる」ということに、焦点を当てて研究を進めている。それでは最後に、活用させる授業において、生徒はどのような活動を繰り返し、数学的思考力の育成につなげていくのかをまとめておきたい。前述の通り、活用の場面として、①数学の他の問題場面への活用、②日常場面への活用、③他教科への活用の大きく三つに分類した。

まず、①数学の他の問題場面への活用についてである。生徒は新たな数学の問題場面において、既習の知識・技能、見方・考え方を活用し、既習の学習内容をより確かなものにしていく。これは、活用させる授業によって、数学における基本的な力を伸ばしていく活動のサイクルである。

次に、②日常場面への活用についてである。生徒はまず日常における問題場면을数学の場面に置き換え課題設定をする、いわゆる数理化のプロセスにおいて生徒は既習の知識・技能、見方・考え方を活用していく。そして課題解決後に現実の場面に照らして解釈し、日常場面の問題の解決とする。日頃の指導においては、課題を発展させる活動を通してそうした力を育成していく。これは、活用させる授業によって、数学における発展的な力を伸ばしていく活動のサイクルである。

最後に、③他教科への活用についてである。③についての考え方は②と同様である。他教科に関連した問題場면을扱うことによって、生徒は他教科と数学との関連を再認識するであろう。

以上のような方針で、今後も授業実践を進め、本校数学科の研究としていきたい。

(2) 研究構想図

活用させる授業とは

◎生徒が場面に応じて既習の知識・技能，見方・考え方を，自ら取捨選択しながら活用させるように意図した授業。

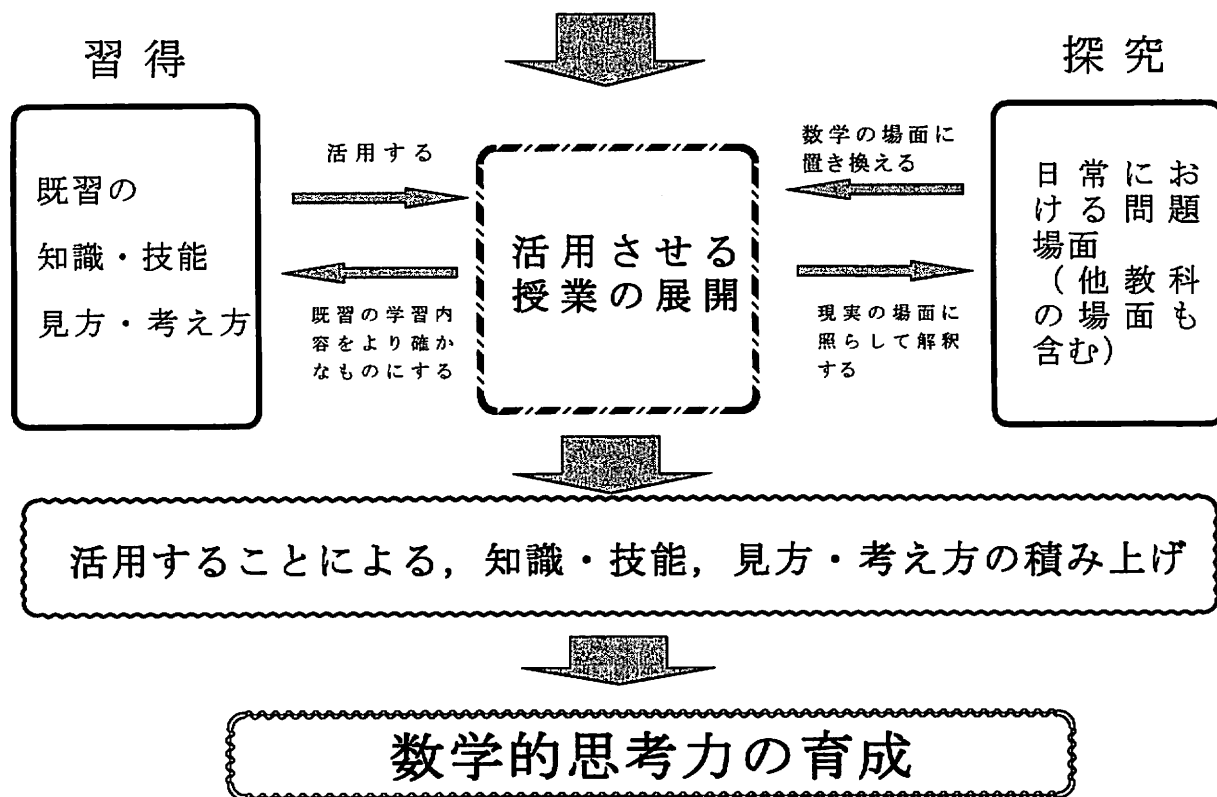
活用させる授業を進めるために

◎授業づくりにおいて

- 教師側が活用させたい知識・技能，見方・考え方を明確にする。
- 既習の学習内容をどのように活用させるのかを明確にする。
- 同一単元だけではなく，別な単元あるいは違った領域においても活用させることを教師側が意識する。
- 今の学習が過去のどの学習に繋がっているのか，また今の学習が今後の学習のどこに繋がっていくのか，常に系統性を意識しながら授業の計画を立てる。
- 問題解決型授業において，課題解決の場面だけでなく，課題設定(提示)の場面，課題発展の場面においても活用させることを教師側が意識する。
 - ・課題設定時には解決の糸口がつかみやすいように数理的に処理させることや，より多くの視点から課題設定させるようにする。
 - ・数値や条件を変えるだけでなく，別の学習内容に関連づけて課題を発展させるようにする。

◎実際の授業において

- 数学の内容に関わる観点を与えることで，観点を明確にして話し合い活動をさせる。
(自己の学習状況の認知)
- 問題解決の過程における自分の考えを言葉で記述させることで，自分自身の考えを振り返る機会とするとともに，お互いの考えたことやそれらの表現についてコメントを書かせる。
(言葉の適切な使用)
- 自分の考えが相手にきちんと伝わるように意識しながら自分の考えや解決過程をかかせる。
(対人意識)
- 話し合いの方法に関わる観点を与えることで，相手の状況を踏まえて，それらを意識した話し合い活動をさせる。
(対人意識)



4 数学科における「活用させる授業」の実践事例

今年度実施した「活用させる授業」の実践事例を掲載する。

(1) 実践例1 3学年『相似の利用』

世界でシンボルマークとしてよく使われる星形五角形を題材として扱い、その辺の長さについて調べさせる。補助線を上手に引くことによって、相似や比の考え方が利用できることに気づかせ、2次方程式を利用すれば解決できるという見通しを立てさせていく。この計算は難易度が高く、導かれる解についても平方根が含まれるため、丁寧に説明する必要があるものの、補助線の引き方に関わらず同じ式となることや立式までの考え方は非常に明確で美しいことには気づかせたい内容である。また、黄金比について紹介し、美術作品の鑑賞などにおいて、新たな視点を持つことができることを示唆していく。

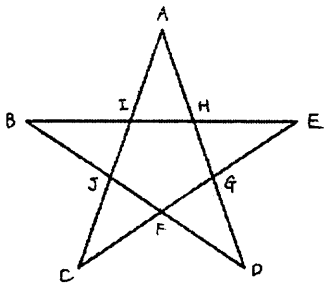
本時は、生徒に学習状況を正しく認知させることにより、思考・判断を促していく活用型学習活動の例である。以下に詳細を記す。

(導入)

星形五角形について知っていることを挙げてみよう。

(課題)

I Hの長さを1としたとき、B Iの長さはいくつになるだろうか。



★教師側の手だての流れ

- ①過去（相似の単元においてのもの）の補助線の引き方を教師側の問いかけにより全体で確認する。→「平行線を引く」「相似な図形を作れるように引く」「むやみに引かずに最初は1本から引く」等
- ②いくつかの星形を黒板に準備し、いくつかの引き方のパターンを代表生徒にかかせる。その際、その補助線を引くことによってどんなことが明らかになるのかを1つ1つ確認し、全体に伝えるようにする。→「J Gを引くことによって $\triangle A I H \sim \triangle A J G$ が明らかになる」「J Gを引くことによって $A I : I J = A H : H G$ が明らかになる」等
- ③「B Iの長さを導くために引いた補助線を確認し合うこと」「式を立てるまでの考え方を確認し合うこと」の2つの話し合いの観点を与え、小集団による話し合い活動をさせる。
- ④代表生徒に図や式を用いて説明をさせ、全体で確認する。
- ⑤B I : I Hの比は黄金比と呼ばれ、パルテノン神殿やミロのヴィーナスにもこの比が隠されていると言われていることを伝える。

※生徒が自然と立式できるように、かつ自ら考えを深めさせるように、短い時間で段階的に手だてを講じていった。状況に応じて個別解決の時間を確保した。

★生徒の思考の流れ（教師の手だての番号と対応させてある）

- ①正しい補助線の引くためのポイントを絞る。
- ②正しい補助線の引くためのポイントを絞るとともに、その補助線により相似や比の考え方が使えることに気づく。また、どのように補助線を引いても、思考のパターンが限られてくることに気づく。当然、補助線が引けなかった生徒は出てきたもののどれかを真似て引く。
- ③補助線に関わらず、同じ式となることに気づく。相似な図形が見つければ、比を用いた立式が容易なことから、お互いに考え方を説明しやすい。分からなかった生徒への助言にもなるし、解決できた生徒はそれまでの過程を整理できる。
- ④解決までの道筋を再確認する。

※解決への見通しが立つための大切なポイントは、補助線により、どんな考え方（比）が使えるかに気づくことである。生徒は①→②→③→④と少しずつヒントを得ることによって、その都度自分がどこまで解決に近づいているのかを確認しながら進めることができた。

授業後の生徒の感想から

- ・黄金比については何となく知っていたが、まさか自分で導けるとは思わなかった。
- ・相似、比、2次方程式、平方根と色々なことを使って考えることができた。

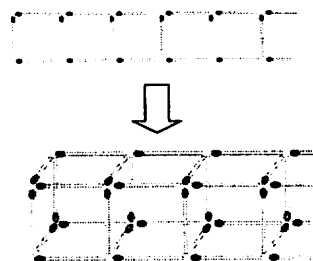
(2) 実践例2 1学年『方程式の導入』

マッチ棒を並べて正方形をつなげた形を、マッチ棒の本数を変えずに立方体をつなげた形に並べ直し、そのときにできた立方体の個数からはじめにできていた正方形の個数を求めさせる。この課題解決を通して、小学校で学習したマッチ棒をまとまりで数えたり、規則性に注目したりする考え方を活用させたい。また、中学校で学習した文字式を利用して等式をつくっている生徒の意見を取りあげながら、文字式が数量関係をより分かりやすく表現できることに気づかせていく。数のみの式では一見別々に見えるものでも、文字式を利用し整理すると、同じ数量を表していることにも触れ、数学的な表現のよさを感じ取らせながら、これから学習する方程式の導入としたい。

本時は、自分で課題を解決した過程を言葉で書かせることで、自分がどのように考えたのかを振り返らせる活用型学習活動の例である。以下に詳細を記す。

（課題）

マッチ棒を何本か並べて、正方形をつなげた形をつくった。同じ本数のマッチ棒を使って、立方体をつなげた形に並べかえたら、立方体が6個つながった。
はじめにできていた正方形の個数は何個でしょう。



★教師側の手だての流れ

- ①小集団による話し合い活動をさせるときに、「解決できなかった生徒は、解決できた生徒のところへ行き、ワークシートにまとめながら解法を確認する。」「解決できた生徒は、同じ方法で解決していた場合には、答えの確認をし、違う方法で解決していた場合には、互いの解法の交換をする。」の2つの話し合いの観点を与える。
- ②自分の考えた過程を言葉でワークシートに書かせ、自分がどのように考えたのかを振り返らせる。読む相手に、自分の考えがきちんと伝わるように書くよう、助言する。
- ③ワークシートを交換し合い（4人グループ）、コメントを書きあう。考えを分かりやすく表現できているかどうか確認し、相手の考えがよく分からない時は質問をさせる。

★生徒の思考の流れ

- ①解決できなかった生徒は、自分がつまずいている点に気づいたり、それを解決する糸口を見つけたりする。解決できた生徒は、自分の考え方が適切かどうか、さらによいやり方はないかについて考える。
- ②自分の考えが相手にきちんと伝わるように意識しながら言葉で書く。そのことを通して今までの思考の過程を順序よく整理したり、何を活用したのかを意識したりすることができる。
- ③自分の考えがきちんと伝わるかどうか確認しあう。お互いにコメントを書くことで相手の考えた過程やまとめ方の良さについて、より深く考えることができる。

※③について

考えをきちんと伝えるためには、もちろん相手を意識した分かりやすい表現が必要であるが、数学の場合にはそれが必ずしも言葉とは限らない。図・表・式を上手に利用しながら、それらを補足する適切な言葉をいかに使用できるかがポイントとなるのである。1年生なので、まずは分かりやすく丁寧説明させることに重点を置くが、こうした活動を繰り返し、より分かりやすい数学的な表現を生徒自身に考えさせるきっかけとしていきたい。

4人グループ内で交換し合った生徒のコメントから

- ・立方体の図がかかれていますので、図を見ながら考え方を想像できてよかった。
- ・式のところに言葉でその数字が何を表しているかが書いてあったので、意味がよく分かりました。
- ・なぜマッチ棒の本数が52本と分かったのですか？この答えにたどりつく経路が分かりません。

授業後の生徒の感想から

- ・本数から求めるより方程式で求めた方が早く求まりそう。まだ方程式が何たるかはよく分からないけど、授業をやっていく中でちゃんと活用できるようになりたい。
- ・1つの問題でもいろいろな解き方がることが分かった。方程式についてはよく分からないけど、何らかの規則性があるのかなと思った。

5 おわりに

我々の研究の目標は「よりよい授業作り」をすることである。その方策の一つとして「活用型学習活動」を授業の中に適切に位置づけ、数学的思考力の育成をねらってきた。

今年度、研究も中盤を迎え、まだ十分とは言えないまでも、本校の考える「活用させる授業」の事例をいくつか開発し、実践、修正を加えよりよいものにしているところである。今後も開発、実践、修正を繰り返すことによって、「活用型学習活動」の事例を増やすとともに、授業展開の工夫を重ねていきたいと考えている。特に、日常場面や他教科における活用においては、実践事例が少ないのが現状なので、今後、できるだけ多くの実践事例を開発したい。

また、研究最終年度を迎えるにあたり、今後の課題は研究の評価である。本研究のねらいである数学的思考力の育成のために、「知識・技能、見方・考え方を活用させる授業」の実践が有効であったのか、また、「活用させる授業」を進めるための手だてや留意点が有効であったのかを検証していくことが必要である。これらの検証に基づいた研究の評価を行うことで、我々の研究の最終目標である「よりよい授業づくり」を目指した指導改善の機会ともとらえたいと考えている。

【主な参考文献】

- ・文部科学省 『中学校学習指導要領（平成10年12月）－解説－数学編』 大阪書籍
- ・文部科学省 教育課程部会 2006年2月13日資料 『「活用」についての整理の例』
- ・文部科学省 国立教育政策研究所
『平成19年度・20年度全国学力・学習状況調査【中学校】報告書』
- ・片桐重男著 『数学的な考え方の具体化と指導』 明治図書 2004年
- ・正田 實編 『数学の活用能力を伸ばす指導』 明治図書 1989年
- ・正田 實著 『改訂 数学科が求める新しい授業力』 明治図書 2008年
- ・全国算数授業研究会編
『算数授業研究 その不易と流行』 東洋館出版社 2008年
- ・小島 宏著 『算数科の思考力・表現力・活用力＜新しい学習指導要領の実現＞』
文溪堂 2008年